

## R: Undertrykk

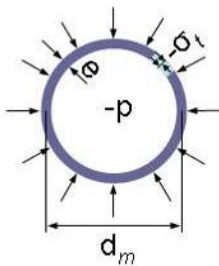
Et utvendig overtrykk gir den samme belastningssituasjonen som et innvendig undertrykk. I det følgende benytter vi bare betegnelsen undertrykk - som tilsvarer utvendig overtrykk, innvendig undertrykk eller negativ differanse mellom disse.

For et mufferrør vil tetningsringens evne til å tåle undertrykk ofte være dimensjonerende. For Pipelife sine PVC trykkrør med Power-Lock™ tetningsring tåler skjøten inntil 0,8 bar undertrykk.

Skjøter for trykkløse rørsystemer testes i laboratorium med minimum 0,3 bar undertrykk - med avvinkling og med store deformasjoner av muffe og spissende. Pipelife sine rørsjøter skal er robuste. Hvis røret installeres korrekt, så vil skjøten tåle 5,0 meter grunnvannshøyde over røret.

### Ringtrykkspenning, knekkspenning og kritisk undertrykk

I et rør som belastes med et innvendig undertrykk vil det oppstå tangensiale spenninger i rørveggen. Disse kan vi kalle ringtrykkspenninger - som illustrert i figuren under. Når størrelsen på disse spenningene når et visst punkt vil røret kollapse (knekke). Denne spenningen kalles knekkspenning.



Rør utsatt for et utvendig overtrykk eller innvendig undertrykk p

Knekkspenningens størrelse avhenger av ovalitet, om røret kan bevege seg i lengderetning, om det er forsterket med udeformerbare avstivningsringer med relativt korte avstander (for eksempel belastningslodd eller stive klammer), om det er nedgravd eller om det ligger fritt (uten sidestøtte) som en sjøledning med lang avstand mellom omsluttende belastningslodd eller som et frittliggende rør over bakken.

Ringtrykkspenning som oppstår ved undertrykk:  $\sigma_t = \frac{p \cdot d_m}{2 \cdot e}$  [N/mm<sup>2</sup>]

Økes det innvendige undertrykket oppnås til slutt den ringtrykkspenning i rørveggen som fører til kollaps – eller knekking. Dette undertrykket kalles kritisk undertrykk. Formlene for knekkspenning og kritisk undertrykk under er utgangspunkt for formelene vi bruker ved ulike typer installasjoner – som vi tar for oss senere.

Knekkspenning:  $\sigma_{kn} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{e}{d_m}\right)^2$  [N/mm<sup>2</sup>]

Kritisk undertrykk:  $p_{kr} = 2 \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{e}{d_m}\right)^3$  [N/mm<sup>2</sup>]

- p: Trykkforskjell mellom utsiden og innsiden av røret (undertrykk) [N/mm<sup>2</sup>]  
 E: Materialets E-modul\* [N/mm<sup>2</sup>]  
 v: Tverrkontraksjonskoeffisient (Poissons ratio)  
 Vanlige verdier for beregninger av materialspenninger er:
- Rørledninger som er fastspent i begge ender (kan ikke bevege seg): 0,45 for PE og PP og 0,4 for PVC
  - Bevegelig nedgravd rør (delvis fastspent): 0,3 – 0,4
  - Rørledninger som kan bevege seg helt fritt: 0
- Det betyr at et fastspent rør tåler større undertrykk enn et rør som kan bevege seg. Er det usikkert om røret i praksis vil være helt eller delvis fastspent bør tverrkontraksjonskoeffisienten settes til 0.
- e: Veggtykkelse [mm]  
 d<sub>m</sub>: Rørets middeldiameter.  $d_m = D - e$  [mm]

Forutsetninger for formlenes gyldighet er at rørmaterialet er elastisk og at røret er fullkomment sirkulært.

\* Termoplastrør er ikke elastiske, men viskoelastiske. Dette betyr at E-modulen ikke er en materialkonstant, og at man i hvert tilfelle må vurdere hvilken E-modul som skal benyttes - korttids E-modul eller langtids E-modul (krypmodulen). Ved trykkstøt benyttes for eksempel korttids E-moduler. Ved konstante belastninger over tid, som for eksempel ved undertrykk i en inntaksledning, benyttes krypmodul. Krypmodulen er vanskelig å bestemme fordi den avhenger av tid, temperatur og spenningens størrelse. Man benytter derfor vanligvis de konservative verdiene oppgitt i avsnittet «materialdata» eller verdier fra diagram i kapitlet om Hookes lov.

På grunn av materialets viskoelastiske egenskaper, varierer også tverrkontraksjonskoeffisienten med materialtype, belastningstilfelle og -tid. Men her er det også vanlig å benytte vanlige verdier som er oppgitt foran når man beregner materialspenninger.

Det er en forutsetning for krypknekking at røret har en initialdeformasjon, og slik er det i praksis alltid. Se diagram som viser reduksjonsfaktor avhengig av deformasjon i neste avsnitt.

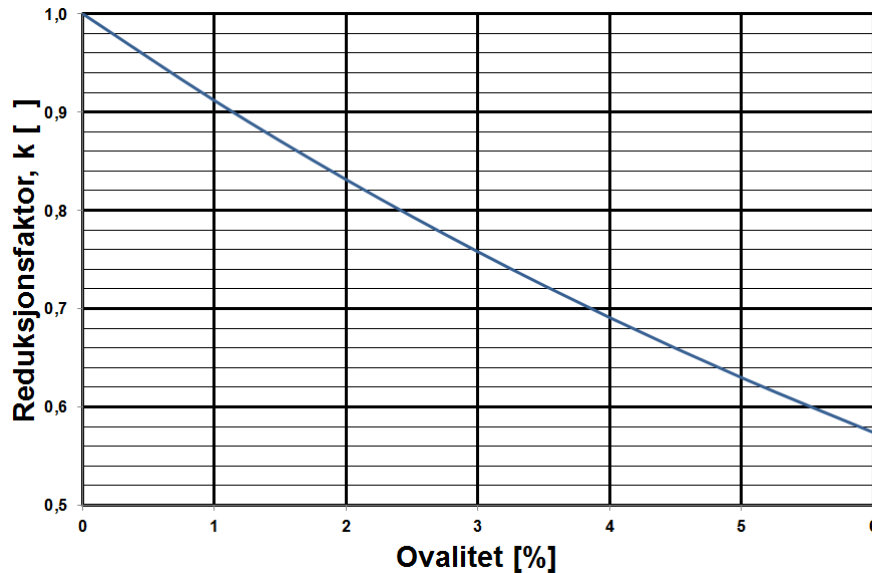
For et teoretisk fullkomment sirkulært rør inntreffer en elastisk knekking i stedet for en krypknekking – også over lang tid. Ved bestemmelse av kritisk undertrykk ved elastisk knekking må man bruke en verdi på E-modul (E) som gjelder for korttidsbelastning fordi kollaps opptrer plutselig. Men rør er sjelden/aldri fullkomment sirkulære.

Ettersom E-modul ved korttidsbelastning er større enn ved langtidsbelastning (krypmodul), vil elastisk knekklast alltid være større enn krypknekklast. Dette betyr at plastrør tåler større undertrykk i kort tid enn over lang tid.

### Beregning av kritisk undertrykk for frittliggende rør

$$\text{Kritisk undertrykk: } P_{kr} = 2 \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{e}{d_m}\right)^3 \cdot k \quad [\text{N/mm}^2]$$

Der k er reduksjonsfaktor på grunn av ovalitet, se diagram under. I tillegg er det vanlig å legge inn en sikkerhetsfaktor på 2,0 for å fastsette tillatt undertrykk.



Reduksjonsfaktor k for kritisk undertrykk ved ovalitet ( $\delta/D$ )

Av diagrammet ser man at rørets evne til å tåle undertrykk reduseres med ca 24 % ved 3 % ovalitet.

Hvis vi innfører SDR-verdien blir formelen

$$P_{kr} = 2 \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{1}{\text{SDR}-1}\right)^3 \cdot k$$

#### Eksempel:

En 315 mm PE 100 SDR 11 rørlledning, som ligger fritt og ikke fastspent, utsettes i lange perioder for et undertrykk ned mot - 5 mVs. Rørets deformasjon måles til 3 % og tverrkontraksjonskoeffisienten er 0.

$$\text{Kritisk undertrykk: } P_{kr} = 2 \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{e}{d_m}\right)^3 \cdot k \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$= 2 \cdot \frac{200 \text{ N/mm}^2}{1-0^2} \cdot \left(\frac{28,6 \text{ mm}}{286,4 \text{ mm}}\right)^3 \cdot 0,76$$

$$= 0,30 \text{ N/mm}^2 = 30,9 \text{ mVs}$$

Sikkerhetsfaktor mot knekking/buckling er  $30,9 \text{ mVs} / 5 \text{ mVs} = 6,18$ . Sikkerhetsfaktoren er betraktelig større enn 2 og det vil ikke være fare for at røret klapper sammen.

Tabeller for tillatt undertrykk for frittliggende rør uten sidestøtte

**Kort tid**

	<b>SDR 34,4</b>	<b>SDR 26</b>	<b>SDR 21</b>	<b>SDR 17</b>	<b>SDR 13,6</b>	<b>SDR 11</b>
<b>PE 100</b>	-	6,5·k	-	25·k	51·k	102·k
<b>PVC</b>	(8,2·k)*	-	(38·k)*	-	(153·k)*	-

Svaret har benevning mVs (1 mVs ≈ 0,1 bar).  $\nu$  er 0. E er 3 000 N/mm<sup>2</sup> for PVC og 1 000 N/mm<sup>2</sup> for PE 100. Verdier for k hentes fra diagram over. Det er tatt hensyn til en sikkerhetsfaktor 2 mot knekking. For fastspente rør er verdiene 33 % høyere.

\* Muffeskjøten vil være begrensende for tillatt undertrykk

**Lang tid**

	<b>SDR 34,4</b>	<b>SDR 26</b>	<b>SDR 21</b>	<b>SDR 17</b>	<b>SDR 13,6</b>	<b>SDR 11</b>
<b>PE 100</b>	-	1,3·k	-	5,0·k	10·k	20·k
<b>PVC</b>	2,7·k	-	(13·k)*	-	(51·k)*	-

Svaret har benevning mVs (1 mVs ≈ 0,1 bar).  $\nu$  er 0. E er 1 000 N/mm<sup>2</sup> for PVC og 200 N/mm<sup>2</sup> for PE 100. Verdier for k hentes fra diagram over. Det er tatt hensyn til en sikkerhetsfaktor 2 mot knekking. For fastspente rør er verdiene 33 % høyere.

\* Muffeskjøten vil være begrensende for tillatt undertrykk

**Eksempel:**

Hva er tillatt innvendig undertrykk ved lang tids belastning for en PE 100 SDR 11 ledning som ligger fritt med 2 % deformasjon?

Av tabellen som viser kritisk undertrykk ved lang tid ser vi at uttrykket er:

$$P_{\text{till}} = 20 \cdot k \quad [\text{mVs}]$$

Av figuren som viser reduksjonsfaktor på grunn av deformasjon ser vi at k er lik 0,83:

$$P_{\text{till}} = 20 \cdot 0,83 = 16,6 \text{ mVs} \approx 1,6 \text{ bar}$$

Tillatt utvendig overtrykk for denne ledningen er 16,6 mVs med lang belastningstid og en sikkerhetsfaktor på 2. En viktig forutsetning er selvsagt at deformasjonen holder seg på 2 % - noe man bør observere nøye.

Utrekningen gir oss veiledende, konservative verdier. I kritiske tilfeller må valg av verdier for  $\nu$  og E vurderes mer nøye.

### Beregning av kritisk undertrykk for PE-rør som avstives med ringer

Hvis et rør som kan bevege seg fritt i lengderetningen forsterkes med udeformerbare avstivningsringer (omsluttende belastningslodd eller stive klammer) med innbyrdes avstand L, kan kritisk undertrykk beregnes slik:

$$P_{krL} = \frac{2,2 \cdot e \cdot \sqrt{E}}{L} \cdot \sqrt{P_{kr}} \quad [\text{N/mm}^2]$$

- e: Veggykkelse [mm]
- E: Materialets E-modul eller krypmodul [N/mm<sup>2</sup>]
- P<sub>kr</sub>: Kritisk undertrykk uten avstivningsringer [N/mm<sup>2</sup>]
- L: Avstanden mellom avstivningsringene [mm]

Uttrykket gjelder innenfor følgende grenser for L:  $\frac{1,56 \cdot e}{(e/d_m)^{3/2}} \geq L > 4 \cdot \sqrt{\frac{e \cdot d_m}{2}}$

d<sub>m</sub>: Middeldiameter, d<sub>m</sub> = D-e

Dimensjon [mm]	SDR 7,4	SDR 11	SDR 17	SDR 26
110	< 0,38	< 0,49	< 0,65	< 0,83
125	< 0,43	< 0,56	< 0,73	< 0,94
140	< 0,48	< 0,63	< 0,82	< 1,1
160	< 0,55	< 0,72	< 0,94	< 1,2
180	< 0,61	< 0,81	< 1,1	< 1,4
200	< 0,68	< 0,90	< 1,2	< 1,5
225	< 0,77	< 1,0	< 1,3	< 1,7
250	< 0,85	< 1,1	< 1,5	< 1,9
280	< 0,96	< 1,3	< 1,6	< 2,1
315	< 1,1	< 1,4	< 1,8	< 2,4
355	< 1,2	< 1,6	< 2,1	< 2,7
400	< 1,4	< 1,8	< 2,3	< 3,0
450	< 1,5	< 2,0	< 2,6	< 3,4
500	< 1,7	< 2,2	< 2,9	< 3,8
560	< 1,9	< 2,5	< 3,3	< 4,2
630	< 2,2	< 2,8	< 3,7	< 4,7
710		< 3,2	< 4,2	< 5,3
800		< 3,6	< 4,7	< 6,0
900		< 4,0	< 5,3	< 6,8
1000		< 4,5	< 5,9	< 7,5
1100			< 6,5	< 8,3
1200			< 7,0	< 9,0
1400			< 8,2	< 10,5
1600			< 9,4	< 12,0

Maksimumavstand [m] mellom omsluttende belastningslodd eller stive klammer for at beregningen skal være gyldig. Ved større avstander benyttes formel for fritt rør uten avstivningsringer. Se forrige avsnitt.

Ut fra tabellen kan man lese at disse beregningene ikke er relevante for loddbelastede sjøledninger før dimensjonene blir rimelig store - kanskje større enn 400 mm og ved høye SDR-verdier.

**Eksempel:**

En 630 mm PE 100 SDR 11 sjøledning på 50 meters dyp kan bli utsatt for trykksvingninger med trykk ned mot 0 mVs ved en uforutsett, brå endring av vannhastigheten. Avstanden mellom belastningsloddene er 2,0 meter. Ovalitet er 1 %.

Sjekk først at avstanden mellom betongloddene gjør formelen gyldig.

$$\frac{1,56 \cdot e}{(e/d_m)^{3/2}} \geq L > 4 \cdot \sqrt{\frac{e \cdot d_m}{2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1,56 \cdot 57,2}{(57,2/572,8)^{3/2}} \geq L > 4 \cdot \sqrt{\frac{57,2 \cdot 572,8}{2}} [\text{mm}]$$

$$\Downarrow$$

$$2,83 \text{ m} \geq L > 0,51 \text{ m}$$

$$\Downarrow$$

$$L = 2,0 \text{ m}$$

$$\Downarrow$$

Formelen er gyldig

Finn først kritisk undertrykk uten avstivningsringer:

$$P_{kr} = 2 \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{e}{d_m}\right)^3 \cdot k \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$= 2 \cdot \frac{1000 \text{ N/mm}^2}{1-0^2} \cdot \left(\frac{57,2 \text{ mm}}{572,8 \text{ mm}}\right)^3 \cdot 0,91$$

$$= 1,81 \text{ N/mm}^2 = 185 \text{ mVs}$$

Kritisk undertrykk med avstivningsringer:

$$P_{krL} = \frac{2,2 \cdot e \cdot \sqrt{E}}{L} \cdot \sqrt{P_{kr}} \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$= \frac{2,2 \cdot 57,2 \text{ mm} \cdot \sqrt{1000 \text{ N/mm}^2}}{2000 \text{ mm}} \cdot \sqrt{1,81 \text{ N/mm}^2}$$

$$= 2,68 \text{ N/mm}^2 = 273 \text{ mVs}$$

Ledningen ligger på 50 meters dybde og innvendig trykk er 0 mVs. Trykkforskjellen er altså 50 mVs som er mye mindre enn det kritiske undertrykket. Ledningen vil tåle en slik belastning med god margin.

## Beregning av tillatt undertrykk for rør som ligger nedgravd i grøft

### Beregning av det totale undertrykket røret blir utsatt for

Plastrør som ligger nedgravd i gode masser har vesentlig større motstandsevne mot kollaps enn et frittliggende rør på grunn av støtten fra massene i ledningssonen. I veldig løse masser kan man risikere at røret ikke har nevneverdig støtte og hvis ringstivheten er lav får ovalisering utvikle seg fritt. Størst betydning for størrelsen på det kritiske undertrykket har rørets ringstivhet og massenes støtteevne (sekantmodul).

Nedgravde rør vil, i tillegg til et eventuelt innvendig undertrykk, bli utsatt for et utvendig trykk fra jordmassene, grunnvann og/eller trafikk.

Vertikalt utvendig trykk på røret:  $q = q_{\text{jord}} + q_{\text{vann}} + q_{\text{tr}}$  [kN/m<sup>2</sup>]

Vekt av jordmasser:  $q_{\text{jord}} = \rho \cdot H$  [kN/m<sup>2</sup>]

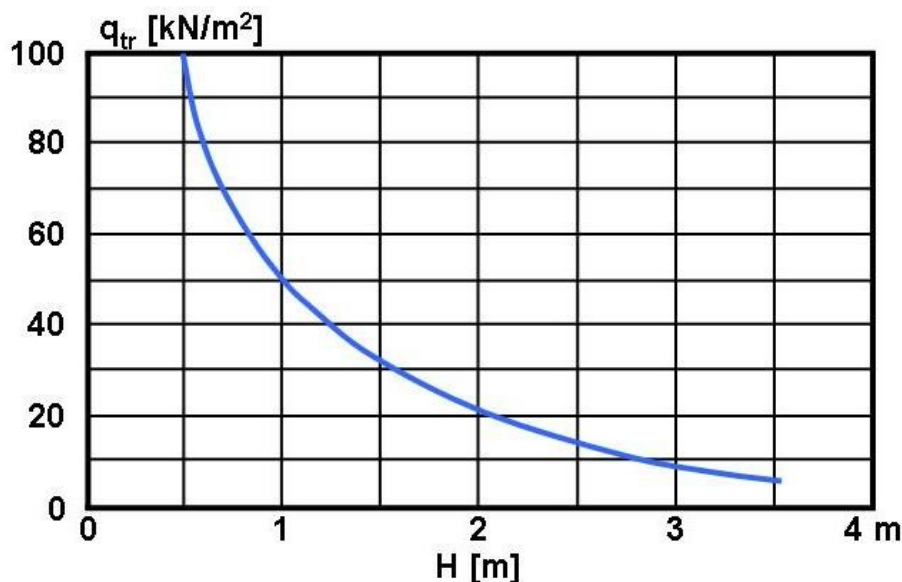
Vanndrykk:  $q_{\text{vann}} = 10 \cdot H_{\text{vann}}$  [kN/m<sup>2</sup>]

$\rho$ : Jordens densitet, normalt 18 - 20 kN/m<sup>3</sup> over grunnvannstanden og 11 kN/m<sup>3</sup> under grunnvannstanden.

H: Overdekningens høyde [m]

$H_{\text{vann}}$ : Grunnvannstandens høyde over senter rør [m]

Trykk på grunn av trafikklast ( $q_{\text{tr}}$ ) hentes ut fra diagrammet under. Hjultrykket er 75 kN ( $\approx 7,5$  tonn) pluss en dynamisk effekt som er gitt en faktor 1,75. Statisk aksellast er da 15 tonn.



Figur 16:  $q_{\text{tr}}$ , vertikalt trykk som følge av trafikklast - Illustrasjon fra Lars-Eric Jansons bok.

Summen av undertrykk i røret og utvendig overtrykk på røret utgjør det totale undertrykket røret blir utsatt for.

## Ringstivhet og undertrykk

Nedgravde rør som kollapser er en sjeldenhet i Norge. Årsaken til dette er at vi generelt har brukt rør med stor veggtykkelse i forhold til trykklassen - og dermed høy ringstivhet. De europeiske standardene tillater tynnere rør med lavere ringstivhet, når designkoeffisienten er lav, og da må vi være mer på vakt ved undertrykk.

Oftest skal man benytte de vanlige korttidsverdiene for ringstivhet fordi kollaps opptrer plutselig når røret har sidestøtte.

Langtidsverdier for ringstivhet på plastrør oppgis normalt ikke. Dette fordi ringstivheten på plastrør ikke reduseres, men heller øker noe over tid. På grunn av materialets oppførsel under lang tids belastning må en av og til benytte verdier i beregningene som er reduserte i samme forhold som mellom korttids- og krypmodul.

## Rør lagt i gode masser (friksjonsmasser)

Formel for tillatt undertrykk i forbindelse med friksjonsmasser er:

$$P_{\text{till}} = \frac{5,63}{\beta} \cdot \sqrt{SN \cdot E'_t} \quad [\text{kN/m}^2]$$

$\beta$ : Sikkerhetsfaktor

$E'_t$ : Massenes tangentmodul,  $E'_t = 2 \cdot E'_s$  [kN/m<sup>2</sup>]

$E'_s$ : Massenes sekantmodul fra diagrammet under [kN/m<sup>2</sup>]

SN: Rørets ringstivhet [kN/m<sup>2</sup>]. Bruk oppgitt verdier for ringstivhetsklasser (f.eks. 8 kN/m<sup>2</sup> for de fleste avløpsrørsystemer), eller velg fra tabellen:

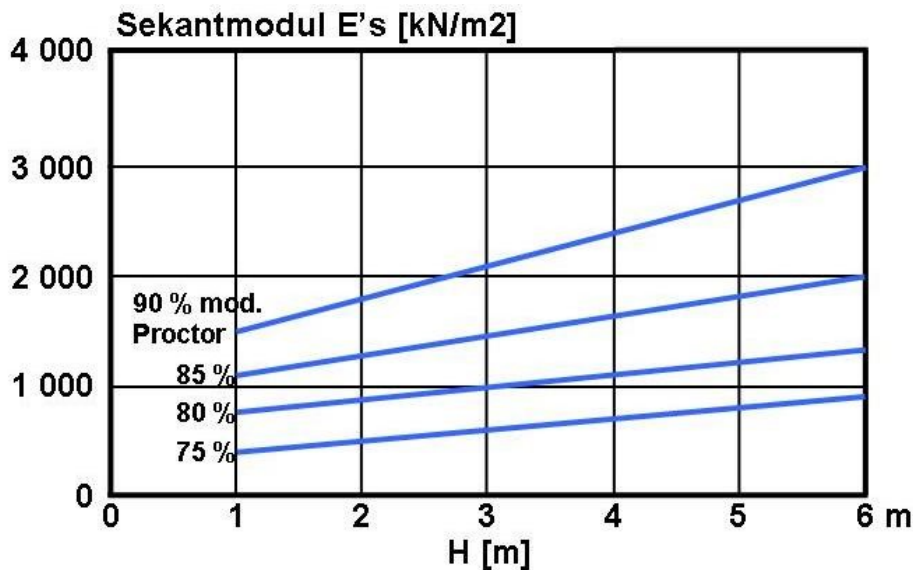
Rørklasse, SDR	41	33	26	21	17	13,6	11	9	7,4
PE 100	1,3	2,5	5,3	10,4	20,3	41,7	83,3	163	318
PVC		8,0		32,0		142			

*Ringstivhet (SN) i kN/m<sup>2</sup> for ulike materialer og SDR-verdier*

Jordmassenes sekantmodul beskriver støtteevnen massene i ledningssonen har mot røret. Sekantmodulen er avhengig av dybde og komprimeringsgrad og verdier for generelt gode masser tas ut fra figuren under. Tillatt undertrykk for rør lagt i masser som gir liten støtte omtales senere.

Massenes tangentmodul, som benyttes i beregningene, settes til to ganger massenes sekantmodul.





Sekantmodul hos friksjonsmasser avhengig av overdekningens høyde og komprimeringsgrad. Massenes tangentmodul settes til det doble av sekantmodulen. - Illustrasjon fra Lars-Eric Jansons bok

### Rør lagt i dårlige masser

Formel for tillatt undertrykk i forbindelse med veldig løse masser er:

$$P_{\text{till}} = \frac{24 \cdot SN}{\beta} + \frac{2 \cdot E'_t}{3 \cdot \beta} \quad (\text{Gjelder for } SN > 0,0275 \cdot E'_t \text{ .....eller } E'_t < 290 \text{ kPa for SN 8})$$

$\beta$ : Sikkerhetsfaktor

SN: Rørets ringstivhet [kN/m<sup>2</sup>]

$E'_t$ : Massenes tangentmodul,  $E'_t = 2 \cdot E'_s$  [kN/m<sup>2</sup>]

$E'_s$ : Massenes sekantmodul fra diagrammet over [kN/m<sup>2</sup>]

I dype grøfter eller når det er brukt myk leire eller silt i ledningssonen og røret har lav ringstivhet, kan det oppstå kryp i rørmaterialet og en ringstivhet relatert til krypmodulen bør benyttes i beregningene. I så fall kan ringstivheten til PE-rør reduseres til 1/5 av verdiene i tabellen over, for PP-rør til 1/4 og for PVC-rør til 1/3.

### Rør i grunne grøfter med trafikklast (firkantede rør)

Ved grunne grøfter med trafikkbelastning og rør med lav ringstivhet kan røret bli mer eller mindre firkantet. For denne situasjonen gjelder følgende formel:

$$P_{\text{till}} = \frac{64 \cdot SN}{(1 + 3,5 \cdot (\delta/D))^3}$$

SN: = Rørets ringstivhet [kN/m<sup>2</sup>]

$\delta/D$ : = Relativ deformasjon [ ]